Fizika I

SUDARI

STATIKA

Doc. dr. sc. Iva Movre Šapić

Sudari

- Primjer primjene zakona očuvanja količine gibanja i energije

Dva tijela:

➢(Savršeno) elastičan: nema deformacije, ukupna kinetička energija ostaje ista

➢Neelastičan: tijela se deformiraju, dio kinetičke energije pretvara se u unutarnju energiju

- Savršeno neelastičan: tijela se u sudaru spoje i nastavljaju gibanje kao jedno tijelo, dio kinetičke energije pretvara se u unutarnju energiju (toplinu);
- Očuvana je ukupna količina gibanja u sustavu, ali energija nije

Količina gibanja je uvijek očuvana!

SAVRŠENO ELASTIČAN SUDAR – CENTRALNI



$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \qquad \text{ZOKG}$$

$$\frac{m_1\vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2\vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1\vec{v}_1'^2}{2} + \frac{m_2\vec{v}_2'^2}{2} \qquad \text{ZOE}$$

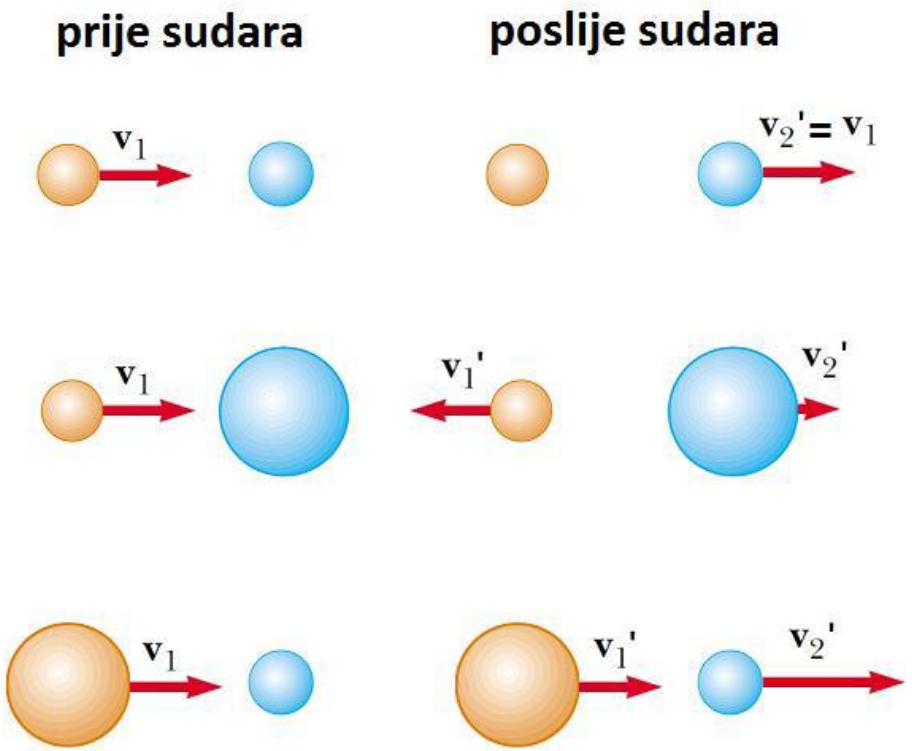
Rješenje:

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

SAVRŠENO ELASTIČAN SUDAR – CENTRALNI

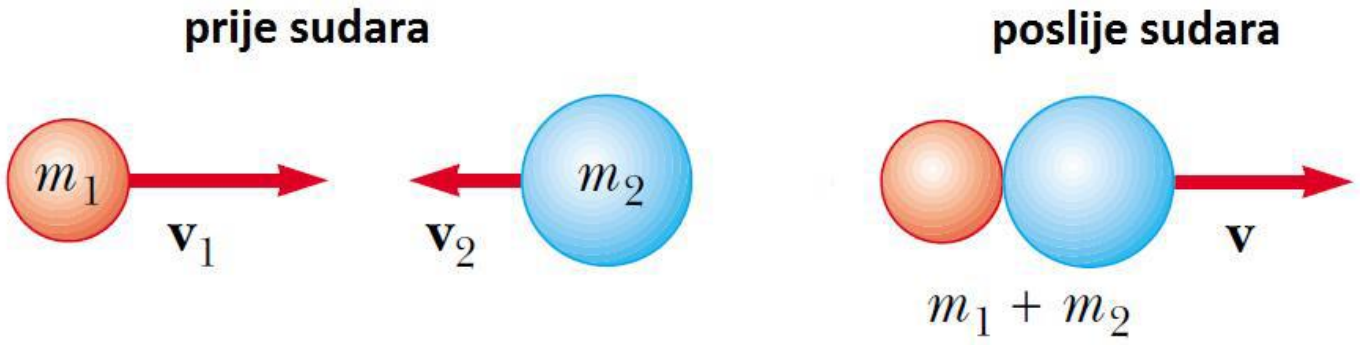
Posebni slučajevi



- $m_1 = m_2 = m \quad \rightarrow \vec{v}_1' = \vec{v}_2,\ \vec{v}_2' = \vec{v}_1$
  čestice zamijene brzine;
  ako i $v_2 = 0 \rightarrow \vec{v}_1' = 0,\ \vec{v}_2' = \vec{v}_1$
- $m_1 \ll m_2;\ v_2 = 0 \quad \rightarrow \vec{v}_1' = -\vec{v}_1,\ \vec{v}_2' = 0;$
  $\Delta p_1 = 2m_1 v_1$
- $m_1 \gg m_2;\ v_2 = 0 \quad \rightarrow \vec{v}_1' \approx \vec{v}_1,\ \vec{v}_2' \approx 2\vec{v}_1;$

puno veće/manje mase

SAVRŠENO NEELASTIČAN SUDAR



- Kugle se nakon sudara deformiraju, slijepe se i gibaju se zajedno:
  $\vec{v}_1' = \vec{v}_2' = \vec{v}$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}$$

- Kinetičke energije prije i nakon sudara više nisu jednake, nakon sudara je kinetička energija manja, a unutarnja energija se poveća za isti iznos.

SAVRŠENO NEELASTIČAN SUDAR

- Kinetička energija **prije** sudara:

$$E_k = \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2}$$

- Kinetička energija **poslije** sudara:

$$E_k' = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}^2$$

- Q - razlika između konačne i početne kinetičke energije:

$$Q = E_k' - E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}^2 - \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2}$$

$$Q = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$$

- $Q < 0$ pri savršeno neelastičnom sudaru.
- Promjena unutarnje energije sustava : $-Q$

Faktor restitucije

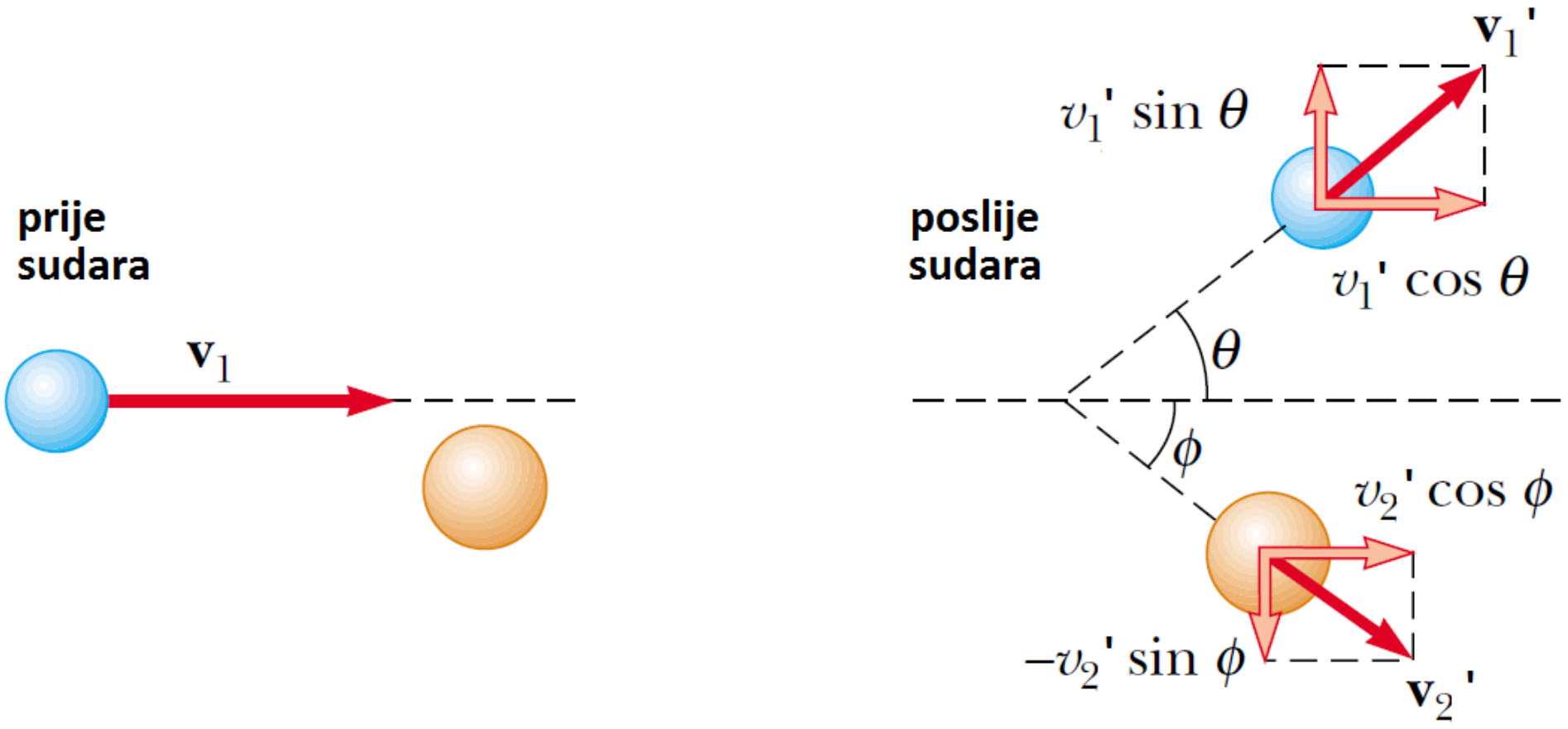
- Faktor restitucije pri izravnom centralnom sudaru dvaju tijela jednak je omjeru relativnih brzina nakon i prije sudara:

$$k = \frac{|\vec{v}_1' - \vec{v}_2'|}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|}$$

- Savršeno elastičan sudar $k = 1$
- Neelastičan sudar $0 < k < 1$
- Savršeno neelastičan sudar $k = 0$



Sudar u dvije dimenzije



STATIKA

= dio mehanike koji proučava zakonitosti slaganja sila koje djeluju na tijela i ravnotežu tijela.

Tijelo je u RAVNOTEŽI kada se ne ubrzava!

Pri tom tijelo može:

- mirovati
- gibati se jednoliko po pravcu
- jednoliko rotirati oko osi koja prolazi kroz centar mase

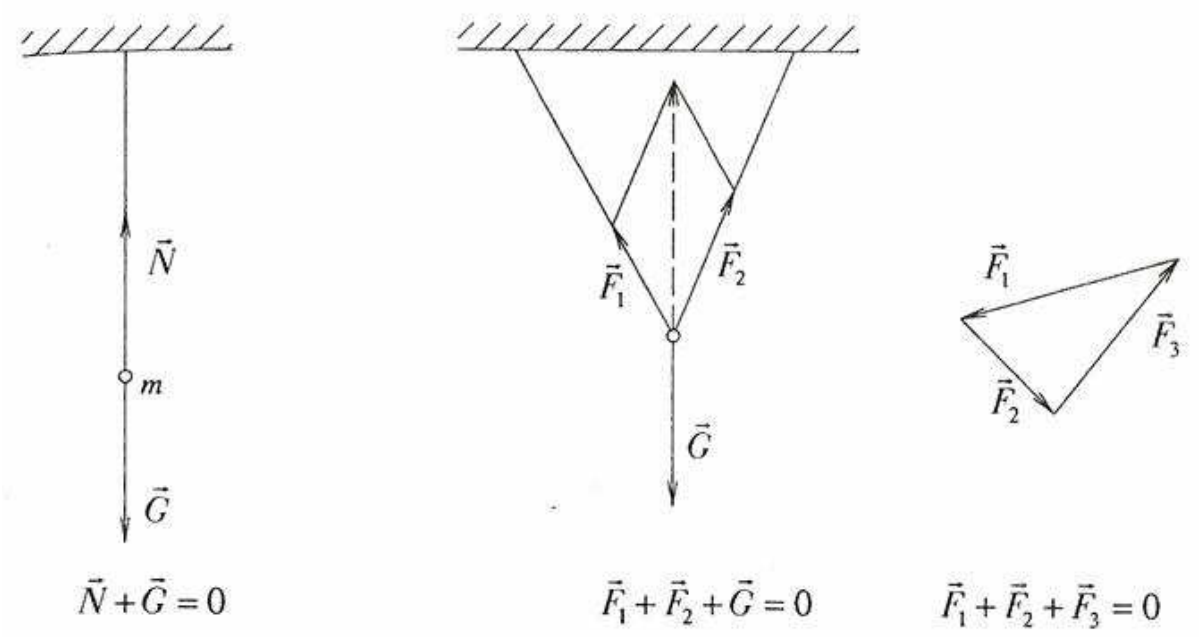
Općenito gibanje krutog tijela može se rastaviti na

- translaciju tog tijela brzinom kojom se giba neka njegova točka (centar mase) i
- rotaciju oko osi koja prolazi kroz tu točku.

Ravnoteža materijalne točke

- Čestica je u ravnoteži ako je rezultantna sila na tu česticu jednaka nuli (zatvoren vektorski poligon sila na česticu).

$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = 0$$



Kruto tijelo

➢Kruto tijelo = tijelo koje pod utjecajem sila ne mijenja oblik.

- sustav od mnoštva materijalnih točaka čiji međusobni razmaci ostaju uvijek isti
- Idealizacija

➢Čvrsto tijelo = tijelo koje pod utjecajem sila mijenja oblik

(deformacija – elastična/plastična)

- realno tijelo

Kruto tijelo

- Centar mase za mnoštvo čestica smo odredili:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{M}$$

- Masa raspodijeljena kontinuirano po nekom volumenu V:

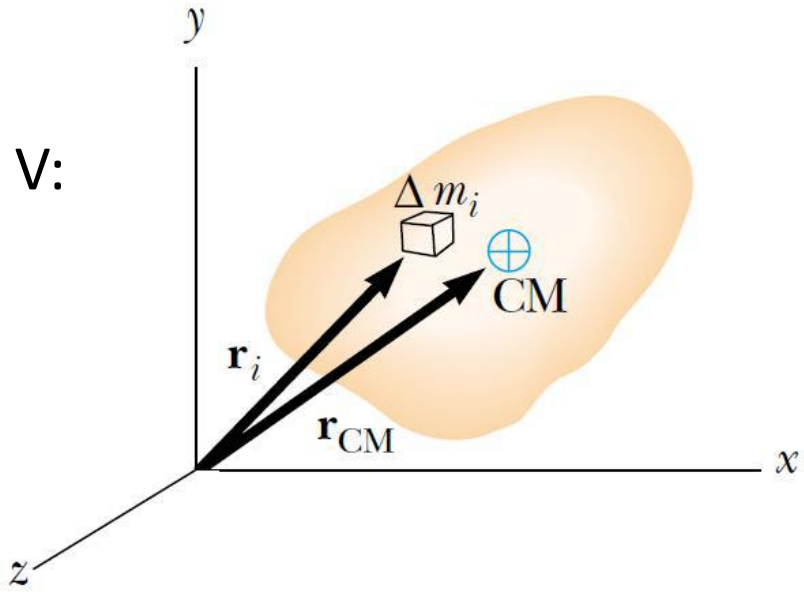
$$\vec{r}_i \to \vec{r}$$

$$m_i \to \mathrm{d}m$$

- Gustoća ne mora biti konstantna

$$\rho = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V}$$

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{M} = \frac{\int \rho\,\vec{r}\,\mathrm{d}V}{M}$$



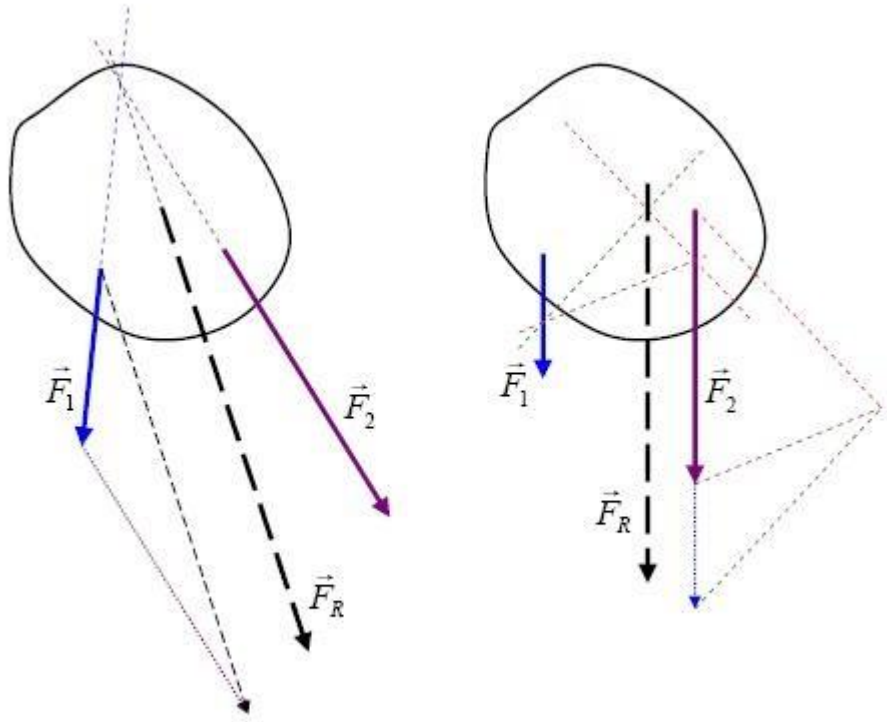
Djelovanje sila na kruto tijelo

Konkurentne sile

= sile čiji se pravci djelovanja sijeku u istoj točki tijela

- imaju isto hvatište

$$\vec{F}_R = \sum_i^n \vec{F}_i$$

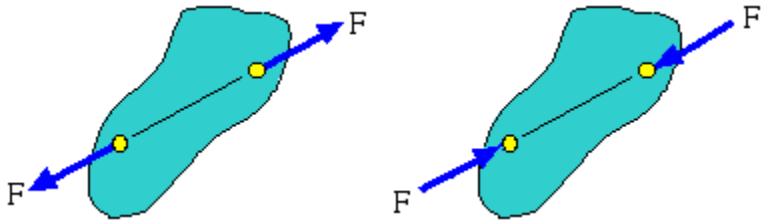


Nekonkurentne sile

= sile čiji se pravci djelovanja ne sijeku u istoj točki tijela

- nemaju isto hvatište

Djelovanje konkurentnih sila na kruto tijelo



Ako na tijelo djeluju dvije sile s različitim hvatištem, koje leže na istom pravcu, tijelo je u ravnoteži ako su sile istog iznosa, a suprotnog smjera.

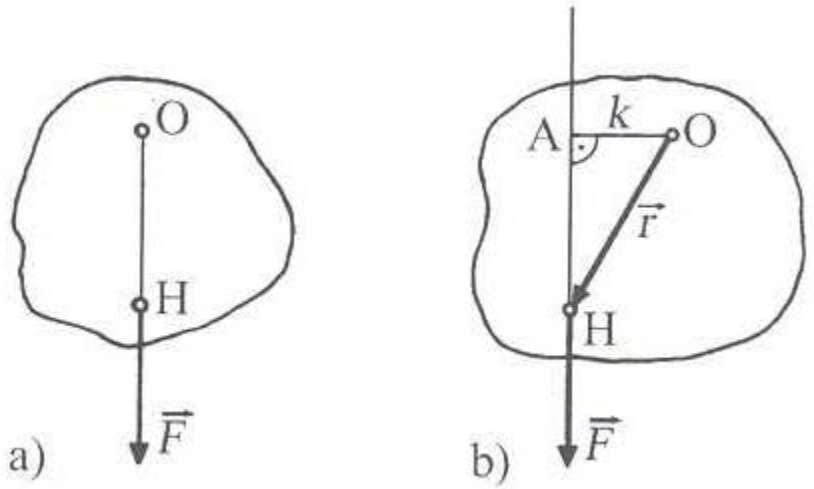
Hvatište sile može se pomicati duž pravca nosioca, a da se djelovanje sile na kruto tijelo ne promijeni (sila na kruto tijelo je klizni vektor).

Moment sile

- Djelovanje sila na kruto tijelo može uzrokovati translacijsko gibanje, ali i rotaciju oko neke osi.
- Utjecaj sile na rotaciju opisuje se momentom sile.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

- O - os rotacije
- H - hvatište sile = točka u kojoj djeluje sila
- r = udaljenost od osi rotacije do hvatišta sile
- krak sile (k) = udaljenost od osi rotacije do pravca na kojemu leži sila koja djeluje na tijelo



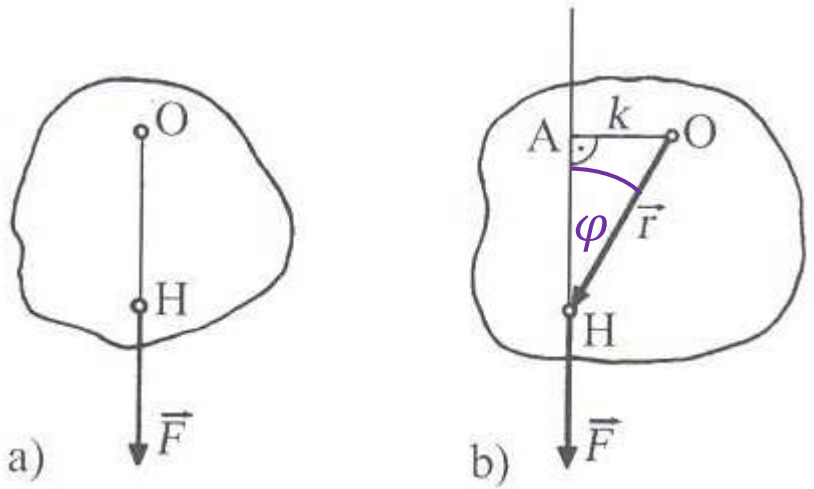
Moment sile

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

a) $M = 0$

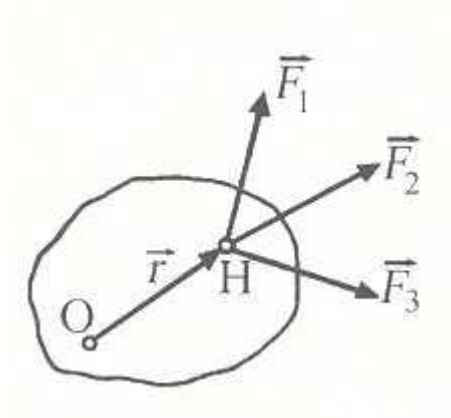
b) $M = rF\sin\varphi = kF$





Moment sile

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$





- Više konkurentnih sila:
- Moment svake sile obzirom na točku O: $\vec{M}_i = \vec{r} \times \vec{F}_i$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_R = \vec{r} \times \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots\right)$$

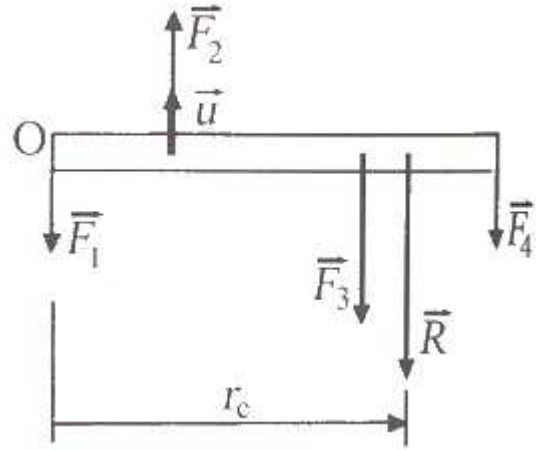
$$= \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \cdots = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots$$

- Konkurentne sile mogu se zamijeniti jednom silom, njihovom rezultantom, ALI kad sile nisu konkurentne, njihovo djelovanje se ne može zamijeniti njihovom rezultantom!

Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Najjednostavniji primjer:

Paralelne sile



- pozitivan smjer definiramo jediničnim vektorom $\vec{u}$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots = \vec{u}(F_1 + F_2 + \cdots)$$

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \cdots = (\vec{r}_1 F_1 + \vec{r}_2 F_2 + \cdots) \times \vec{u}$$

- Pomnožimo s $\frac{\sum_i F_i}{\sum_i F_i}$

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{r}_i F_i}{\sum_i F_i} \times \sum_i F_i \vec{u}$$

- Dobijemo : $\vec{M} = \vec{r}_C \times \vec{R}$; $\qquad \vec{r}_C = \frac{\sum_i \vec{r}_i F_i}{\sum_i F_i}$

- Paralelne sile (čiji zbroj je ≠ 0) se mogu zamijeniti rezultantom koja djeluje u točki C, određenoj s $\vec{r}_C$

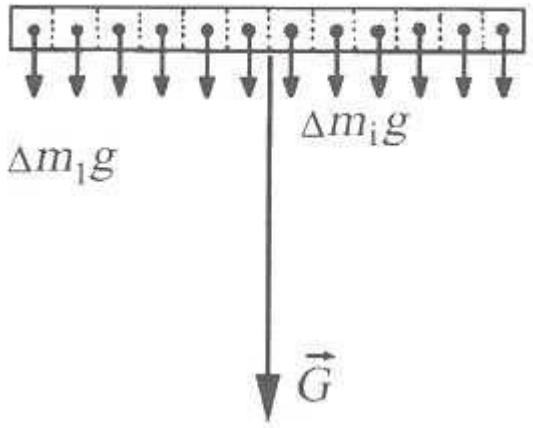
Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Težište

Promatramo djelovanje sile teže na tijelo.

Ukupna sila teža na tijelo je rezultanta paralelnih sila – sila teža na svaku od pojedinih čestica tijela

$$\vec{G} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \Delta m_i \vec{g}$$



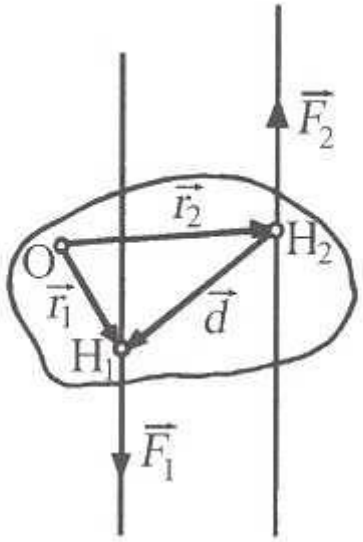
S hvatištem u točki

$$\vec{r}_T = \frac{\sum_i \vec{r}_i \, \Delta m_i g}{\sum_i \Delta m_i g} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \, \Delta m_i}{\sum_i \Delta m_i} = \vec{r}_{CM}$$

Tako određeno hvatište sile zovemo težište

Djelovanje nekonkurentnih sila na kruto tijelo

Par sila



Što kad je zbroj paralelnih sila jednak nuli?
Postoji li tad moment sile? Poseban slučaj!

Zamijenimo ih dvjema paralelnim silama istog iznosa, a suprotnog smjera

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad \rightarrow \quad \vec{R} = 0$$

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_1 = \vec{d} \times \vec{F}_1$$

Nema translacije, samo rotacija!

Ravnoteža krutog tijela

Djelovanje sila na kruto tijelo može proizvesti translacijsko i rotacijsko gibanje.

Uvjeti ravnoteže: $a = 0 \quad i \quad \alpha = 0$

- 1. uvjet ravnoteže:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

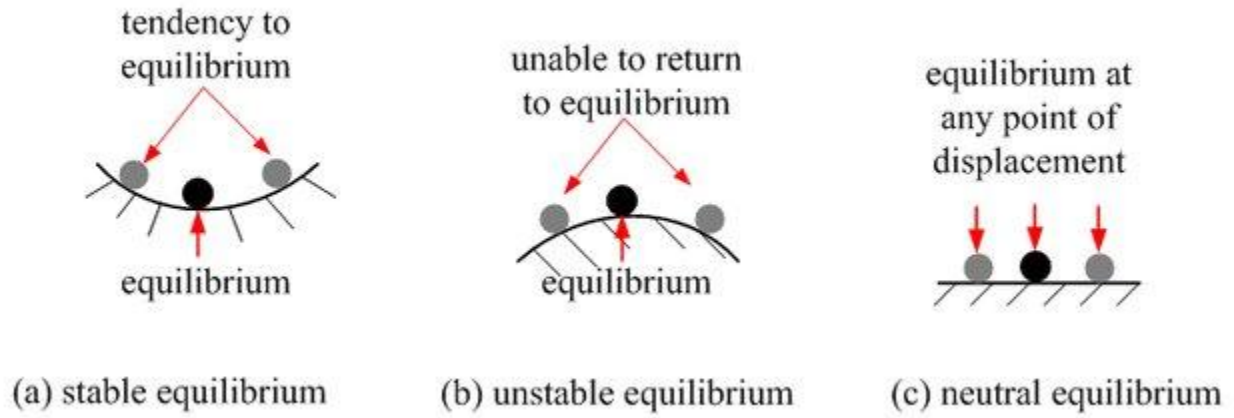
Vektorski zbroj svih vanjskih sila koje djeluju na kruto tijelo u ravnoteži = 0.

- 2. uvjet ravnoteže:

$$\sum_i \vec{M}_i = 0$$

Vektorski zbroj svih vanjskih momenata (s obzirom na bilo koju točku) što djeluju na kruto tijelo u ravnoteži = 0.

Ravnoteža krutog tijela



a) Stabilna ravnoteža

Potencijalna energija je minimalna

b) Nestabilna ravnoteža

potencijalna energija je maksimalna

c) Indiferentna ravnoteža